Mathematische Methoden der Physik WS 19/20 – Übungszettel 13:

Universität Bielefeld
Jun.-Prof. Dr. S. Schlichting

Bearbeitung der Präsenzübungen am 21.01

1 Präsenzübungen:

1.1 Laplacetransformation

Bestimmen Sie die Laplacetransformationen der Funktionen

i) $\cosh(at)\cos(at)$

ii) $\sinh(at)\sin(at)$

1.2 Formfaktor

Der Formfaktor einer Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$ ist gegeben durch

$$F(\vec{k}) = \int d^3\vec{x}\ \rho(\vec{x})\ e^{-i\vec{k}\vec{x}} \tag{1}$$

und kann in vielen Fällen durch Streuexperimente bestimmt werden.

i) Zeigen Sie zunächst, dass für eine kugelsymmetrischen Formfaktor $F(\vec{k}) = F(|\vec{k}|)$ die zugehörige Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$ durch

$$\rho(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_0^\infty dk\ \frac{2\sin(k|\vec{x}|)}{k|\vec{x}|}\ k^2\ F(k)$$

gegeben ist

ii) Bestimmen Sie für $F(\vec{k}) = \frac{1}{1+a^2\vec{k}^2}$ mit $a > 0$ die zugehörige Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$

1.3 Wellengleichung

Betrachten Sie die eindimensionale Wellengleichung

$$(\partial_t^2 - v^2\partial_x^2)\phi(x,t) = 0\ , \tag{2}$$

mit allgemeinen Anfangsbedingungen

$$\phi(x,t_0) = \phi_0(x)\ , \qquad \partial_t\phi(x,t)|_{t=t_0} = \pi_0(x)\ , \tag{3}$$

i) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für die Fouriertransformierte $\tilde{\phi}(k,t)$

ii) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $\tilde{\phi}(k,t)$ der Bewegungsgleichung im Fourierraum

iii) Bestimmen Sie für die Anfangsbedingungen in Gl. (3) die Lösung $\phi(x,t)$ im Ortsraum